

平成 28 年度 4 月期入学

京都大学大学院情報学研究科修士課程
複雑系科学専攻

入学者選抜試験問題

【基礎科目】

平成 27 年 7 月 19 日 10:00 - 11:30

- (1) 指示があるまで問題を見てはならない。
- (2) 参考書・ノート類の持ち込みを禁止する。
- (3) 解答時間は 1 時間 30 分である。退室は認めない。
- (4) 基礎科目は全部で 5 題の問題からなっており、全て選択問題である。この中から 3 題選択して解答すること。4 題以上選択した場合は、問題番号の若い順に 3 題のみ採点を行う。
- (5) 各受験者に対し、解答用紙 3 枚と下書用紙 (計算用紙) が配布される。開始後、解答用紙の全てに受験番号と氏名を記入すること。
- (6) 解答にあたっては、解答用紙の所定欄に選択した問題番号を記入し、解答用紙 1 枚につき 1 題を解答すること。
解答用紙の裏面を用いる場合は、解答用紙の指示に従って解答すること。
- (7) 解答用紙 3 枚全てを提出すること。2 題以下しか選択していない場合でも、選択予定の問題番号を記入し、必ず 3 枚の解答用紙を提出すること。
- (8) 問題用紙・下書用紙は持ち帰ること。

1

次の行列の rank (階数) が 2 となるような実数の組 (a, b) を全て求めよ。

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & a+2 \\ 0 & 3 & 3ab & 1 \\ a & -1 & a+1 & -1 \\ 3 & 0 & b & 2 \end{pmatrix}$$

2

実数 a に対して、 $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ を

$$f(x, y, z) = 3x^2 + 3y^2 + 3z^2 + 2\sqrt{2}axy + 2axz - 6x - 2\sqrt{2}ay - 2az + 5$$

と定義する。 f が \mathbb{R}^3 上で最小値を持つような a の範囲を求め、さらにそのときの f の最小値を求めよ。

3

$R > 0, n \in \mathbb{N}$ に対して、

$$D_n(R) = \left\{ (x_1, \dots, x_n) \mid (x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n, \sum_{i=1}^n (x_i)^2 \leq R^2 \right\}$$

とおく。このとき任意の $R \in (0, 1)$ 、任意の非負の整数 m に対して $n \rightarrow \infty$ で

$$\frac{\int_{D_n(R)} \left(\sum_{i=1}^n (x_i)^2 \right)^{m/2} dx_1 \cdots dx_n}{\int_{D_n(1)} \left(\sum_{i=1}^n (x_i)^2 \right)^{m/2} dx_1 \cdots dx_n} \rightarrow 0$$

が成り立つことを示せ。

4

(1) $R > 0$ に対して、複素平面 \mathbb{C} 内の曲線 $C_{1,R}, C_{2,R}, C_{3,R}$ をそれぞれ

$$C_{1,R} = \{t \mid 0 \leq t \leq R\}, \quad C_{2,R} = \{Re^{i\theta} \mid 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}\}$$

$$C_{3,R} = \{(R-t)i \mid 0 \leq t \leq R\}$$

とおき、 $C_{1,R}, C_{2,R}, C_{3,R}$ を合わせた閉曲線を C_R とする。ただし $i = \sqrt{-1}$ である。 $R > 1$ のとき $\int_{C_R} \frac{1}{1+z^4} dz$ の値を求めよ。

(2) 次の積分の値を求めよ。

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{1+x^4} dx$$

問題は次のページに続く

5

二等辺三角形 ABC があり，2 辺 AB, AC の長さが等しく，辺 BC の長さは a ，頂点 A から辺 BC に下ろした垂線の長さは h である．この二等辺三角形は一様な質量の面密度を持ち，質量は m である．重力加速度を g として，以下の各問に答えよ．

- (1) 二等辺三角形 ABC と同一平面にあり，辺 BC に平行で，頂点 A を通る回転軸のまわりに，この三角形を回転させるときの慣性モーメント I_A を m, a, h のうち必要なものを用いて表せ．
- (2) 辺 BC に平行で，二等辺三角形 ABC の重心を通る回転軸のまわりに，この三角形を回転させるときの慣性モーメントを I_G とし，頂点 B と頂点 C の 2 点を通る回転軸のまわりに，この三角形を回転させるときの慣性モーメントを I_{BC} とする． I_G と I_{BC} を m, a, h のうち必要なものを用いて表せ．
- (3) 頂点 B と頂点 C の 2 点を通る回転軸を水平方向に置き，この回転軸のまわりの二等辺三角形 ABC の微小振動を考える．この微小振動の周期を求めよ．